

# Урок 2

# Некоторые следствия

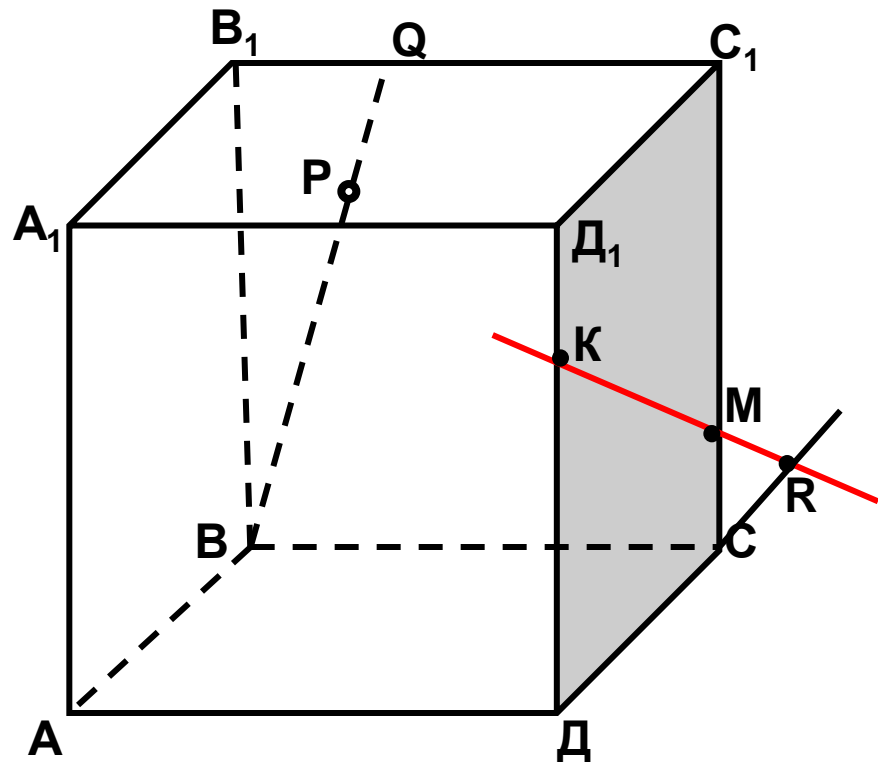
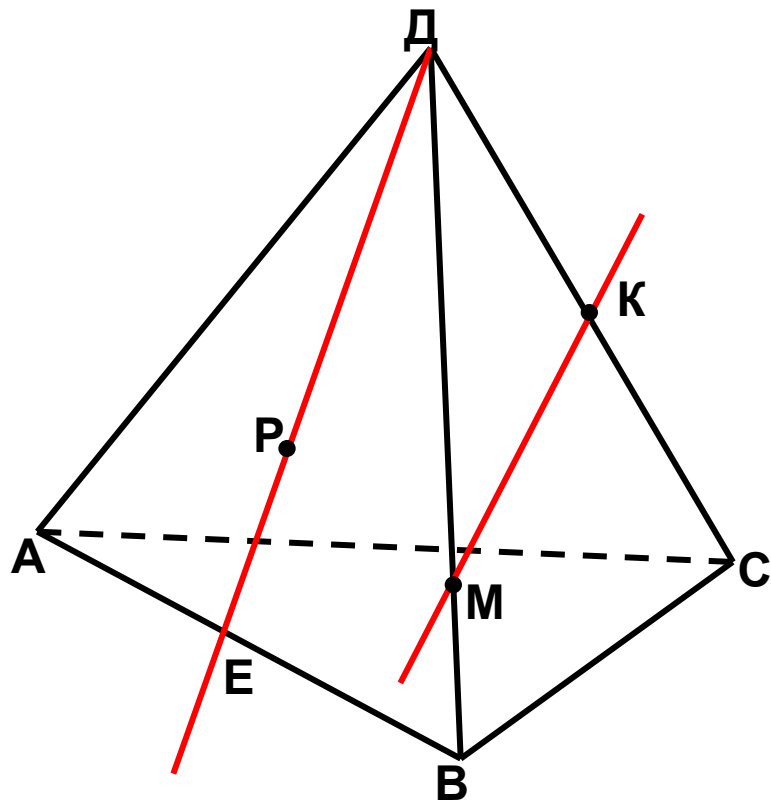
# из аксиом



## Самостоятельная работа:

1) *Сформулируйте* аксиомы стереометрии и оформите рисунки на доске.

2) №1 (в,г); 2(б,д). *Назовите* по рисунку:

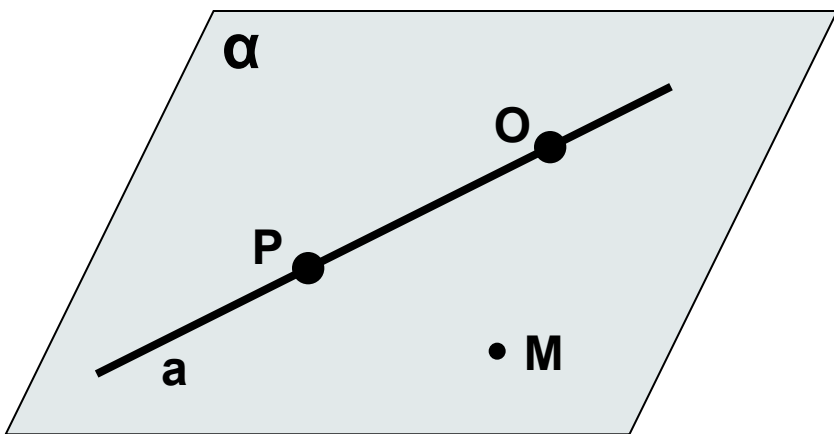


в) точки, лежащие в плоскостях АДВ и ДВС; г) прямые по которым пересекаются плоскости АВС и ДСВ, АВД и СДА, РДС и АВС.

б) плоскости, в которых лежит прямая АА<sub>1</sub>; д) точки пересечения прямых МК и ДС, В<sub>1</sub>С<sub>1</sub> и ВР, С<sub>1</sub>М и ДС.

## Некоторые следствия из аксиом:

**Теорема 1. Через прямую и не лежащую на ней точку проходит плоскость и притом только одна.**



Дано:  $a, M \notin a$

Доказать:  $(a, M) \subset \alpha$

$\alpha$ - единственная

Доказательство :

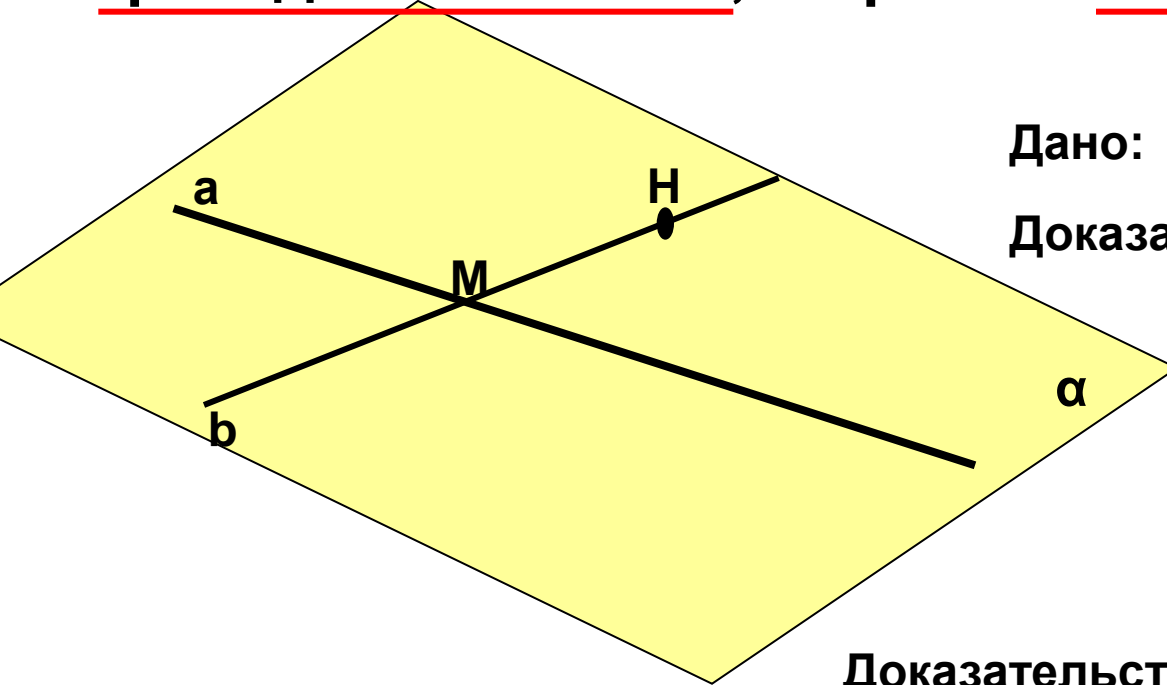
**1.**  $P, O \in a; \{P, O, M\} \not\subset a$

По аксиоме A1: через точки P, O, M проходит плоскость .

По аксиоме A2: т.к. две точки прямой принадлежат плоскости, то и вся прямая принадлежит этой плоскости, т.е.  $(a, M) \subset \alpha$

**2.** Любая плоскость проходящая через прямую a и точку M проходит через точки P, O, и M, значит по аксиоме A1 она – единственная. Ч.т.д.

**Теорема 2. Через две пересекающиеся прямые проходит плоскость, и притом только одна.**



Дано:  $a \cap b$

Доказать: 1.  $(a \cap b) \subset \alpha$

2.  $\alpha$ - единственная

**Доказательство:**

1. Через  $a$  и  $N \notin a, N \in b$  проходит плоскость  $\alpha$ .

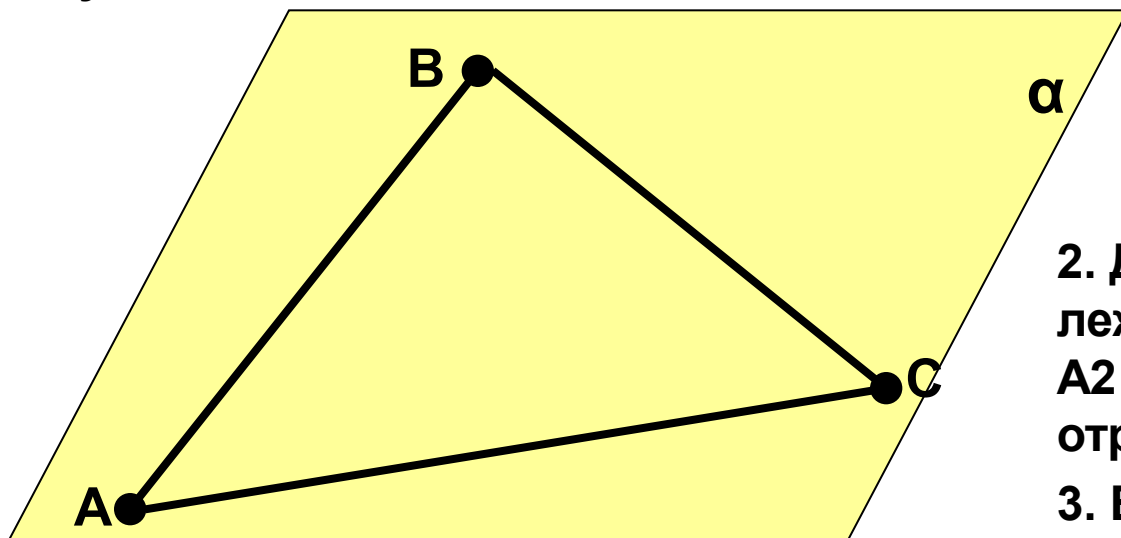
$(M, N) \in \alpha, (M, N) \in b$ , значит по A2 все точки  $b$  принадлежат плоскости.

2. Плоскость проходит через  $a$  и  $b$  и она единственная, т.к. любая плоскость, проходящая через прямые  $a$  и  $b$ , проходит и через  $N$ , значит  $\alpha$  – единственная.

## Решить задачу № 6

Три данные точки соединены попарно отрезками. Докажите, что все отрезки лежат в одной плоскости.

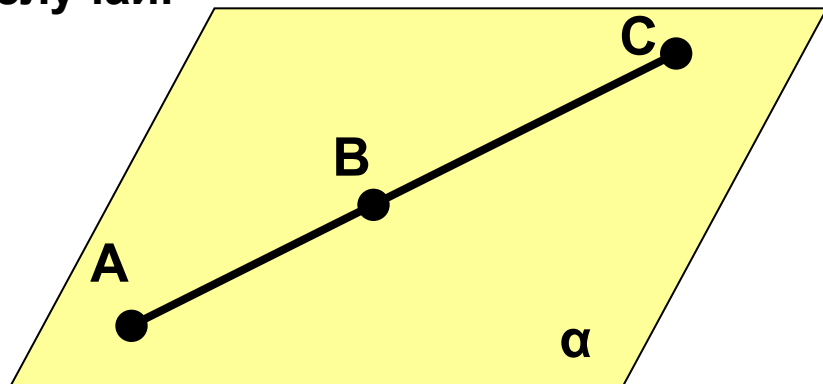
1 случай.



Доказательство:

1.  $(A, B, C) \in \alpha$ , значит по А1 через  $A, B, C$  проходит единственная плоскость.
2. Две точки каждого отрезка лежат в плоскости, значит по А2 все точки каждого из отрезков лежат в плоскости  $\alpha$ .
3. Вывод:  $AB, BC, AC$  лежат в плоскости  $\alpha$

2 случай.

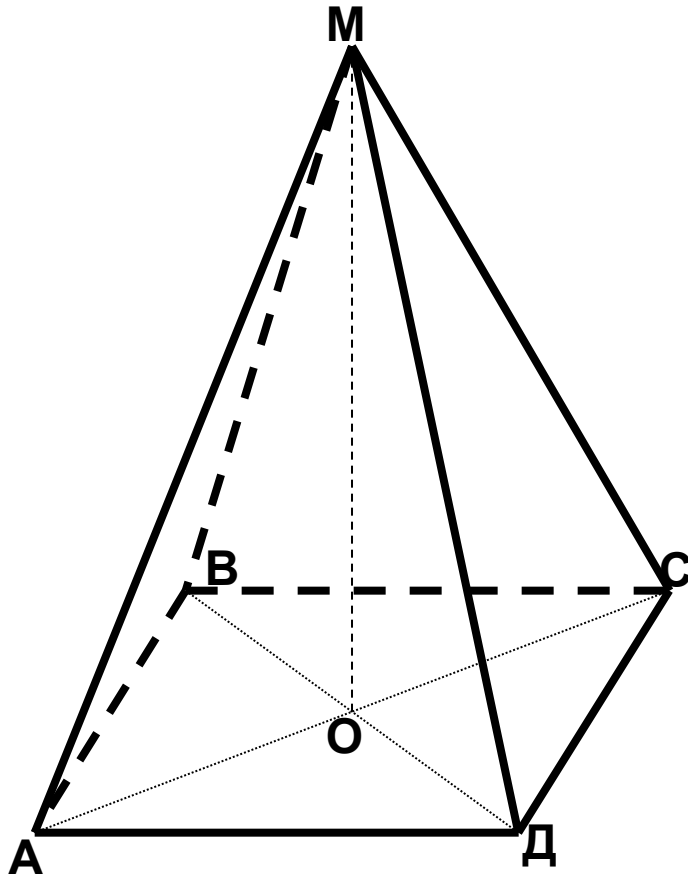


Доказательство:

Так как 3 точки принадлежат одной прямой, то по А2 все точки этой прямой лежат в плоскости.

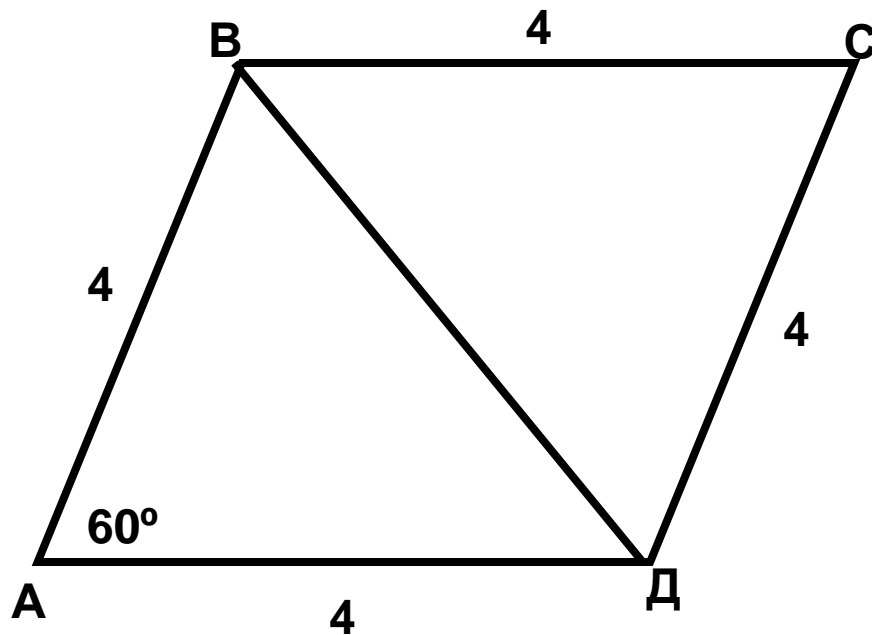
## Задача.

$ABCD$  – ромб,  $O$  – точка пересечения его диагоналей,  $M$  – точка пространства, не лежащая в плоскости ромба. Точки  $A, D, O$  лежат в плоскости  $\alpha$ .



Определить и обосновать:

1. Лежат ли в плоскости  $\alpha$  точки  $B$  и  $C$ ?
2. Лежит ли в плоскости  $MOB$  точка  $D$ ?
3. Назовите линию пересечения плоскостей  $MOB$  и  $ADO$ .
4. Вычислите площадь ромба, если сторона его равна  $4$  см, а угол равен  $60^\circ$ . Предложите различные способы вычисления площади ромба.



$\triangle ABD = \triangle BCD$  (по трем сторонам), значит  $S_{ABD} = S_{BCD}$ .

$$S_{ABD} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AD \cdot \sin \angle A$$

$$S_{BCD} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot CD \cdot \sin \angle C$$

$$\angle A = \angle C \Rightarrow \sin \angle A = \sin \angle C$$

$$AB = BC, AD = CD$$

$$\Rightarrow S_{ABD} = S_{BCD}$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = AB \cdot AD \cdot \sin \angle A$$

Формулы для вычисления площади ромба:

$$S_{ABCD} = AB \cdot AD \cdot \sin A$$

$$S_{ABCD} = (BD \cdot AC) : 2$$

## **Домашнее задание:**

- 1. Прочитать пункты 2; 3 на стр. 4 – 7**
- 2. Выучить теоремы 1, 2 ( с доказательством); повторить аксиомы A1 – A3**
- 3. Решить задачу №8 ( с объяснением ответов)**