

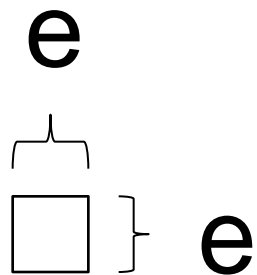
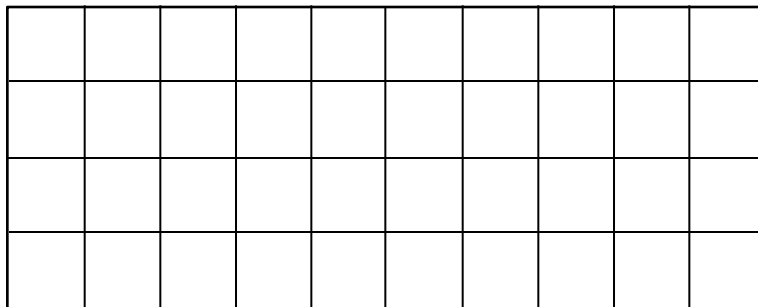
Понятие объема многогранников.  
Объем прямоугольного  
параллелепипеда.

# 1. О понятие объема тела

Аналогия с  $S$

$$M \longrightarrow S(M)$$

1. Равные многоугольники имеют равные площади.
2. Площадь многоугольника равна сумме площадей составляющих его многоугольников, если они не имеют общих точек.
3. Площадь единичного квадрата равна единице.

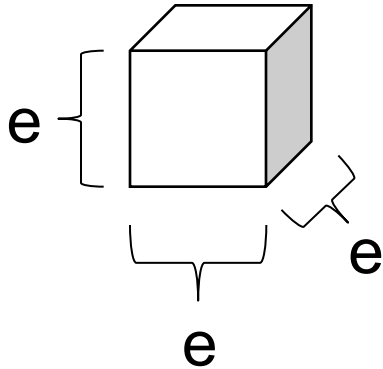


$e$  – единица длины

 — Единичный квадрат

Пользуясь наличием единичного квадрата , площадь  $S$  любого многоугольника можно представить в виде  $S = se^2$  , где  $s$  – количество «укладываемых» в многоугольник единичных квадратов.

## Введение понятие объема тела.



Единица измерения объемов – объем куба с ребром длины  $e$ , который обозначают  $e^3$ , где  $e$  – единица измерения длин отрезков.

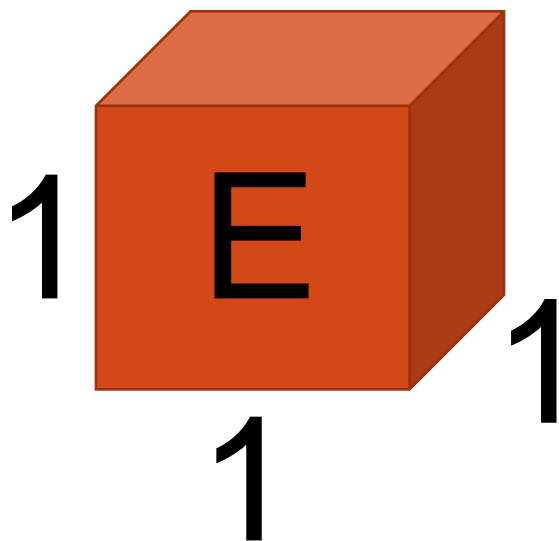
$$V = ve^3$$

Объем единичного куба с ребром 1 см называют кубическим сантиметром и обозначают  $\text{см}^3$ . Аналогично определяются кубический дециметр ( $\text{дм}^3$ ), кубический метр ( $\text{м}^3$ ) и т.д.

При выбранной единице измерения объем каждого тела выражается положительным числом, которое показывает, сколько единиц измерения объемов и ее частей содержится в данном теле.

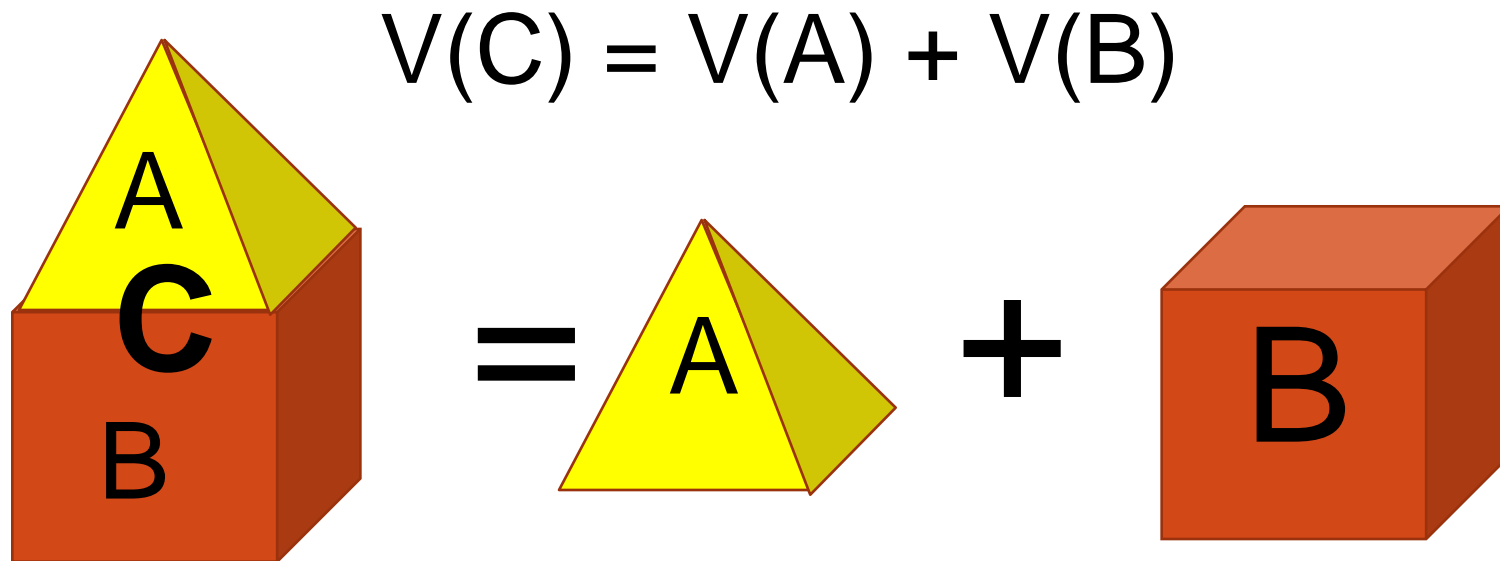
Задача измерения объемов тел ( в частности , многогранников ) состоит в том , чтобы при выбранной единице измерения каждому телу  $T$  (многограннику  $M$  ) поставить в соответствие определенное положительное число  $V(T)$  ( $V(M)$ ) , называемое **объемом тела  $T$**  (многогранника  $M$ ), так , что выполняются следующие условия .

- 1) **Объем куба  $E$  , ребро которого равно единице измерения длин отрезков , равен единице и принимается за единицу измерения объемов :  $V(E)=1$ .**



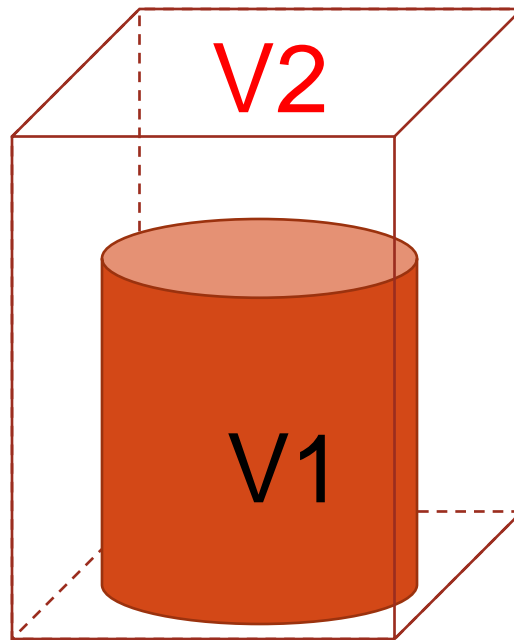
$$V(E)=1$$

**2) Если тело  $T$  является объединением нескольких тел, любые два из которых не имеют общих внутренних точек, то объем данного тела равен сумме объемов составляющих его тел (свойство аддитивности).**

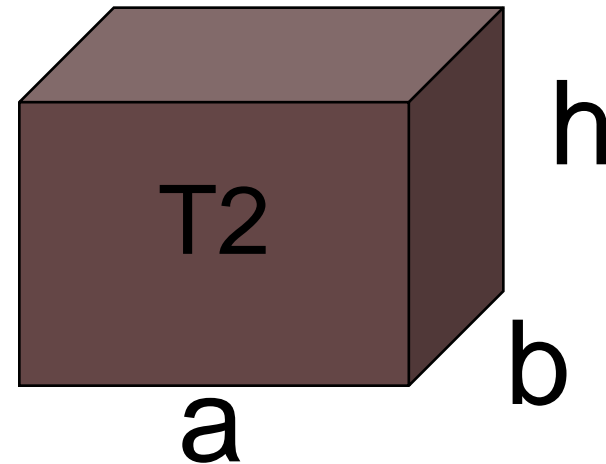
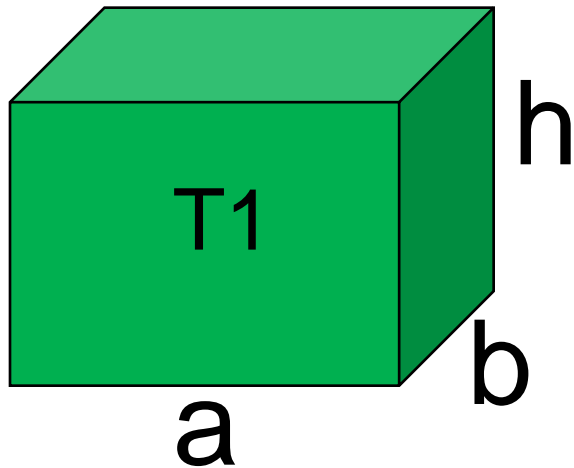


## Следствие из свойства 2.

*Если тело с объемом  $V1$  содержится в теле с объемом  $V2$ , то  $V1 \leq V2$  ( свойство монотонности объемов )*



### 3) Равные тела имеют равные объемы (свойство инвариантности)



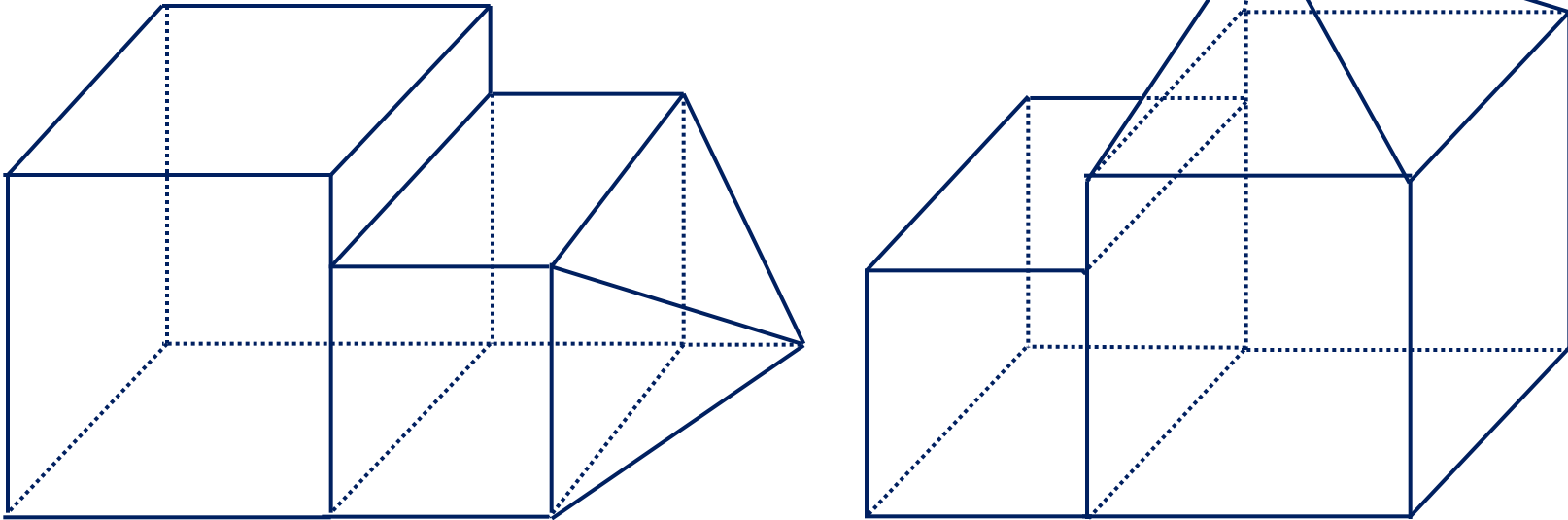
*Объемы тел вычисляются с помощью формул , зависящих от элементов данных тел , поэтому если тела равные (идентичные) , то и объемы тел равны.*

$$V(T1) = V(T2) , \text{ если } T1 = T2$$



Тела , имеющие равные объемы, называются равновеликими.

Два тела называют равносоставленными , если , определенным образом разбив одно из них на конечное число частей , можно (располагая эти части в некотором порядке) составить из них второе тело.



*Равносоставленные тела равновелики . Обратное не всегда верно.*

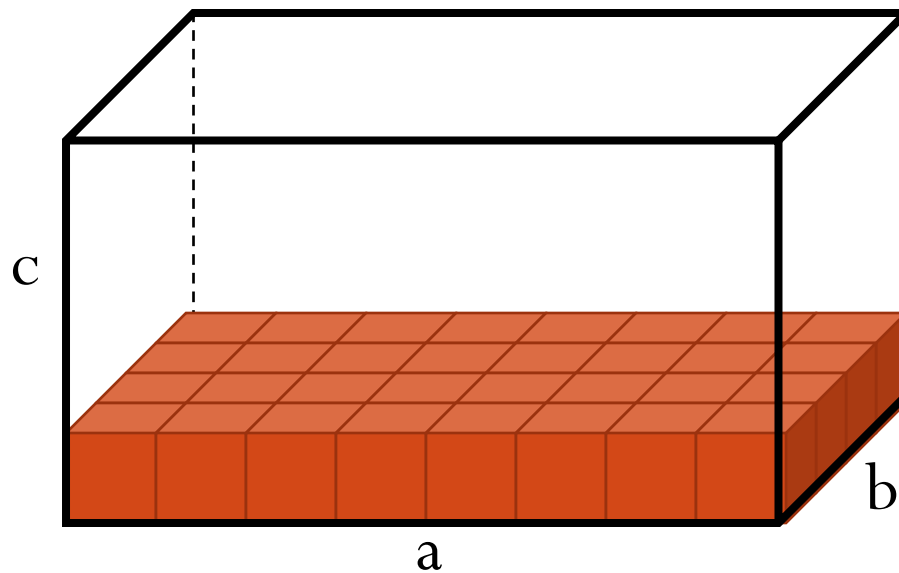
# Объем прямоугольного параллелепипеда.

1) Натуральные  $a, b, c$ .

2)  $V_{\text{к}} = 1$

3)  $V = a * b$

4)  $V = a * b * c$



# Объем прямоугольного параллелепипеда.

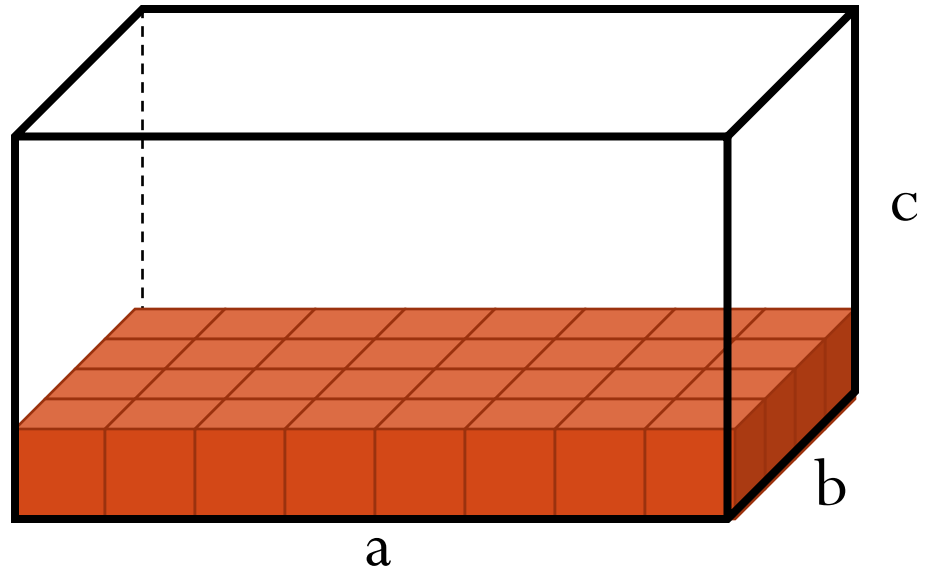
1) Рациональные  $a, b, c$ .

$$a = \frac{m}{n} = \frac{mqn}{pqn} = mqn * \frac{1}{pqn}$$

$$b = \frac{r}{q} = \frac{rnp}{pqn} = rnp * \frac{1}{pqn}$$

$$c = \frac{s}{p} = \frac{sqn}{pqn} = sqn * \frac{1}{pqn}$$

$m, n, s, r, q, p$  - натуральные



$$V_{\text{объема}} = \left( \frac{1}{pqn} \right)^3$$

$$V = mqn * \frac{1}{pqn} * rnp * \frac{1}{pqn} * sqn * \frac{1}{pqn} = \frac{m}{n} * \frac{r}{q} * \frac{s}{p} = a * b * c$$

# Объем прямоугольного параллелепипеда.

1) Иррациональные

$a, b, c.$

$$a_{n-} < a < a_{n+}$$

$$b_{n-} < b < b_{n+}$$

$$c_{n-} < c < c_{n+}$$

$n$ -натуральное,

точность приближения

Где  $a_{n-}, a_{n+}, b_{n-}, b_{n+}$

$c_{n-}, c_{n+}$

рациональные

Тогда  $a_{n-} * b_{n-} * c_{n-} < a * b * c < a_{n+} * b_{n+} * c_{n+}$

устремляя  $n$  в бесконечность

$$V = a * b * c$$

