

# Урок-лекция

по теме:

# Сфера

Геометрия – 11 класс

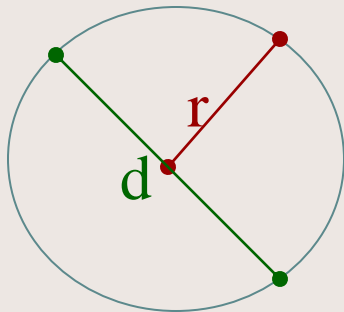


# План презентации

- Определение сферы, шара.
- Уравнение сферы.
- Взаимное расположение сферы и плоскости.
- Площадь сферы.
- Итог урока.

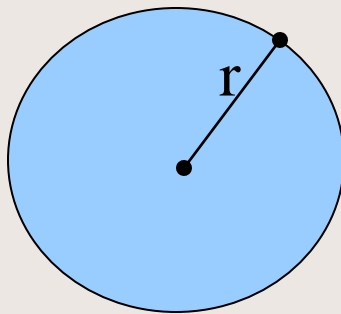


# Окружность и круг



- **Окружностью** называется геометрическая фигура, состоящая из всех точек плоскости, расположенных на заданном расстоянии  $r$  от данной точки.

- $r$  – радиус;
- $d$  – диаметр



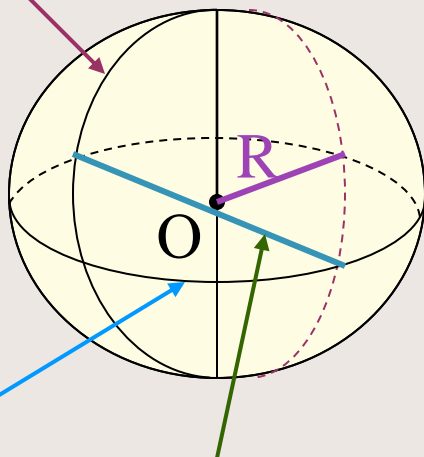
- Часть плоскости, ограниченная окружностью, называется **кругом**.



# Определение сферы

- Сферой называется поверхность, состоящая из всех точек пространства, расположенных на данном расстоянии ( $R$ ) от данной точки (центра т.О).

меридиан



Параллель  
(экватор)

диаметр

- Сфера – тело полученное в результате вращения полуокружности вокруг её диаметра.

- $R$  – радиус сферы – отрезок, соединяющий любую точку сферы с центром.

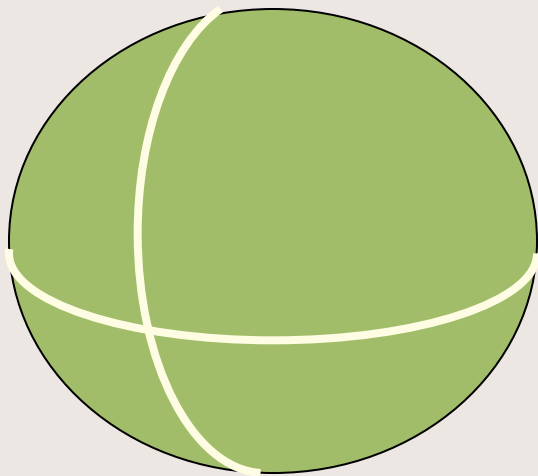
- т. О – центр сферы

- $D$  – диаметр сферы – отрезок, соединяющий любые 2 точки сферы и проходящий через центр.

- $D = 2R$

шар

# Шар

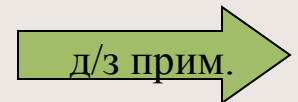


- Тело, ограниченное сферой, называется шаром.
- Центр, радиус и диаметр сферы являются также центром, радиусом и диаметром шара.
- Шар радиуса  $R$  и центром  $O$  содержит все точки пространства, которые расположены от  $t. O$  на расстоянии, не превышающем  $R$ .

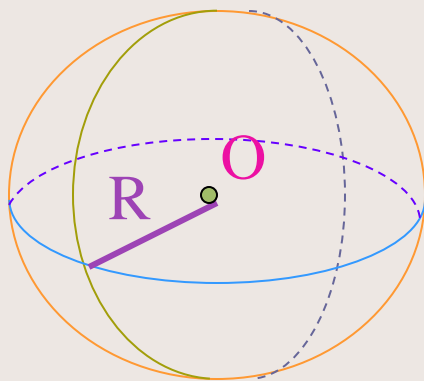


# Исторические сведения о сфере и шаре

- Оба слова «**шар**» и «**сфера**» происходят от греческого слова «сфайра» - мяч.
- В древности сфера и шар были в большом почёте. Астрономические наблюдения над небесным сводом вызывали образ сферы.
- Пифагорейцы в своих полумистических рассуждениях утверждали, что сферические небесные тела располагаются друг от друга на расстоянии пропорциональном интервалам музыкальной гаммы. В этом усматривались элементы мировой гармонии. Отсюда пошло выражение «музыка сферы».
- Аристотель считал, что *шарообразная форма, как наиболее совершенная*, свойственна Солнцу, Земле, Луне и всем мировым телам. Так же он полагал, что Земля окружена рядом концентрических сфер.
- Сфера, шар всегда широко применялись в различных областях науки и техники.

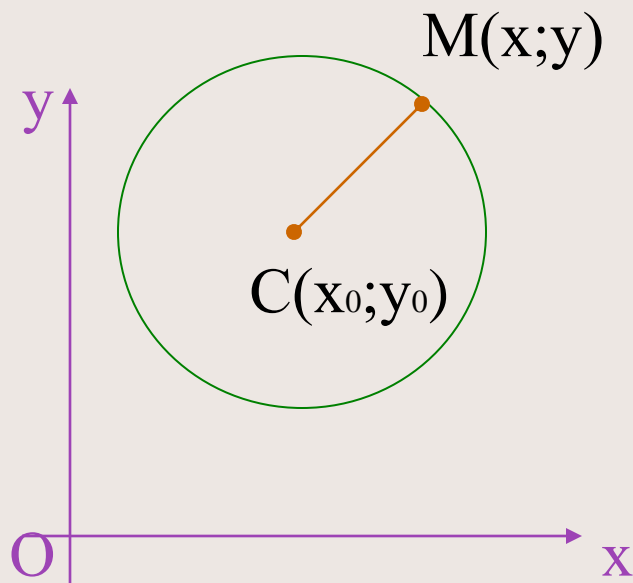


# Как изобразить сферу?



- 1. Отметить центр сферы (т.О)
- 2. Начертить окружность с центром в т.О
- 3. Изобразить видимую вертикальную дугу (меридиан)
- 4. Изобразить невидимую вертикальную дугу
- 5. Изобразить видимую горизонтальную дугу (параллель)
- 6. Изобразить невидимую горизонтальную дугу
- 7. Провести радиус сферы R

# Уравнение окружности



- Зададим прямоугольную систему координат  $Oxy$
- Построим окружность с центром в т.  $C$  и радиусом  $r$

• Расстояние от произвольной т.  $M(x; y)$  до т.  $C$  вычисляется по формуле:

$$MC = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$$

$$MC = r, \text{ или } MC^2 = r^2$$

следовательно уравнение  
окружности имеет вид:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$$



## Задача 1.

Зная координаты центра  $C(2;-3;0)$ , и радиус сферы  $R=5$ , записать уравнение сферы.

- Решение

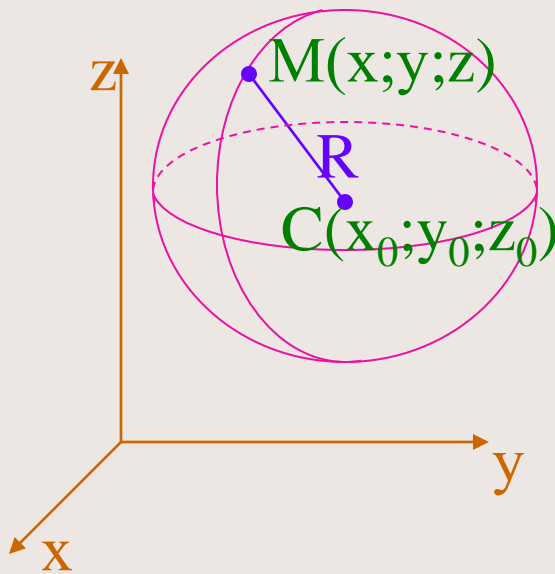
так, как уравнение сферы с радиусом  $R$  и центром в точке  $C(x_0;y_0;z_0)$  имеет вид  $(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2 = R^2$ , а координаты центра данной сферы  $C(2;-3;0)$  и радиус  $R=5$ , то уравнение данной сферы  $(x-2)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 25$

← Ответ:  $(x-2)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 25$

→ ур. сферы

# Уравнение сферы

- Зададим прямоугольную систему координат  $Oxyz$
- Построим сферу с центром в т.  $C$  и радиусом  $R$



$$MC = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}$$

- $MC = R$ , или  $MC^2 = R^2$

следовательно уравнение

сферы имеет вид:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$$

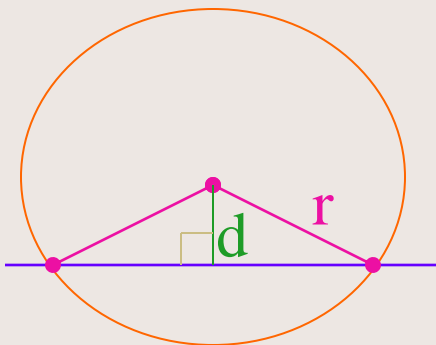


# Физкультминутка

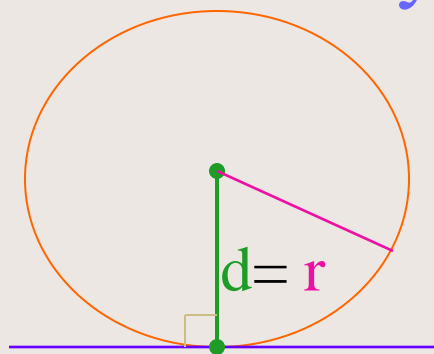


# Взаимное расположение окружности и прямой

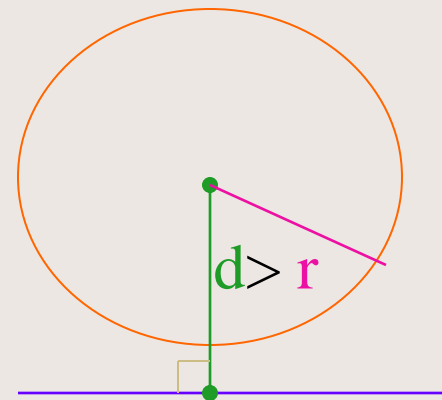
Возможны 3 случая



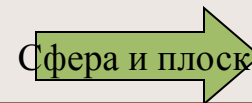
Если  $d < r$ , то  
прямая и  
окружность  
имеют 2 общие  
точки.



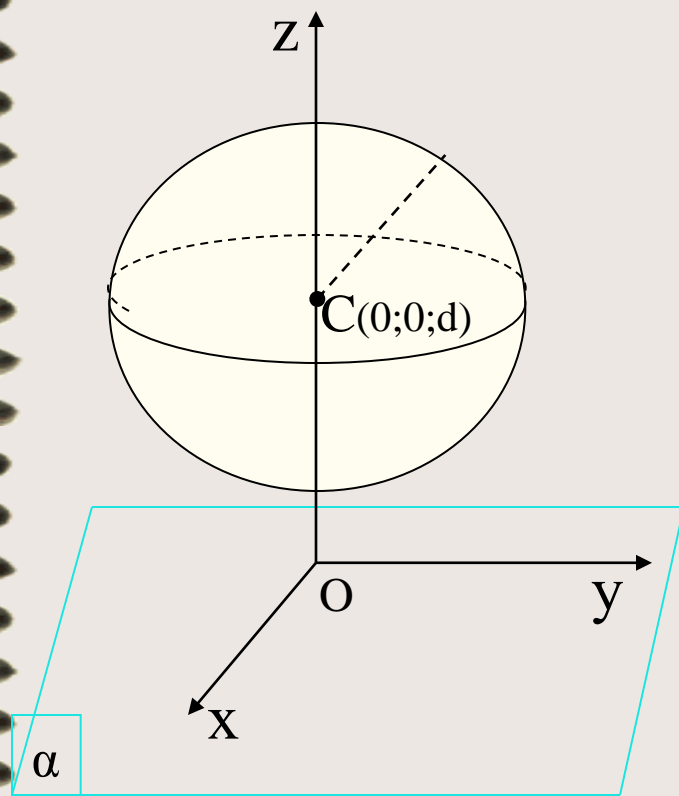
Если  $d = r$ , то  
прямая и  
окружность  
имеют 1 общую  
точку.



Если  $d > r$ , то  
прямая и  
окружность не  
имеют общих  
точек.



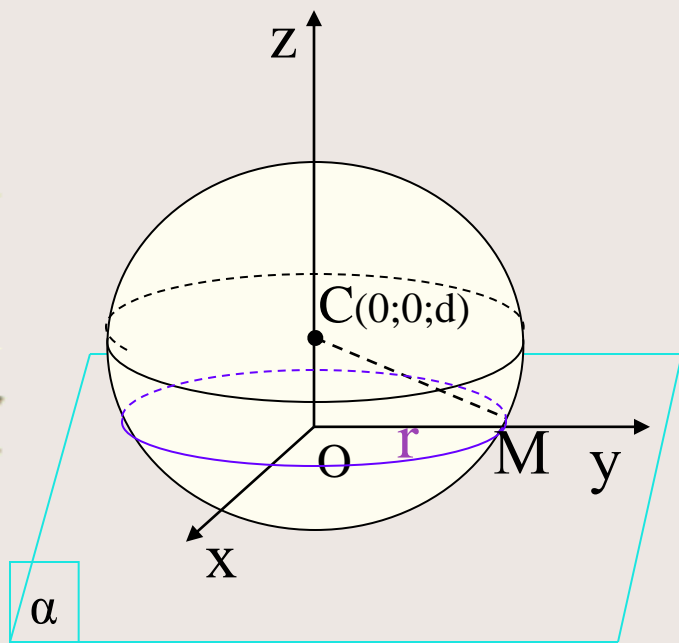
# Взаимное расположение сферы и плоскости



- Введем прямоугольную систему координат  $Oxyz$
- Построим плоскость  $\alpha$ , совпадающую с плоскостью  $Oxy$
- Изобразим сферу с центром в т.С, лежащей на положительной полуоси  $Oz$  и имеющей координаты  $(0;0;d)$ , где  $d$  - расстояние (перпендикуляр) от центра сферы до плоскости  $\alpha$ .
- В зависимости от соотношения  $d$  и  $R$  возможны 3 случая...



# Взаимное расположение сферы и плоскости



- Рассмотрим 1 случай
- $d < R$ , т.е. если расстояние от центра сферы до плоскости меньше радиуса сферы, то сечение сферы плоскостью есть окружность радиусом  $r$ .

$$r = \sqrt{R^2 - d^2}$$

- Сечение шара плоскостью есть круг.

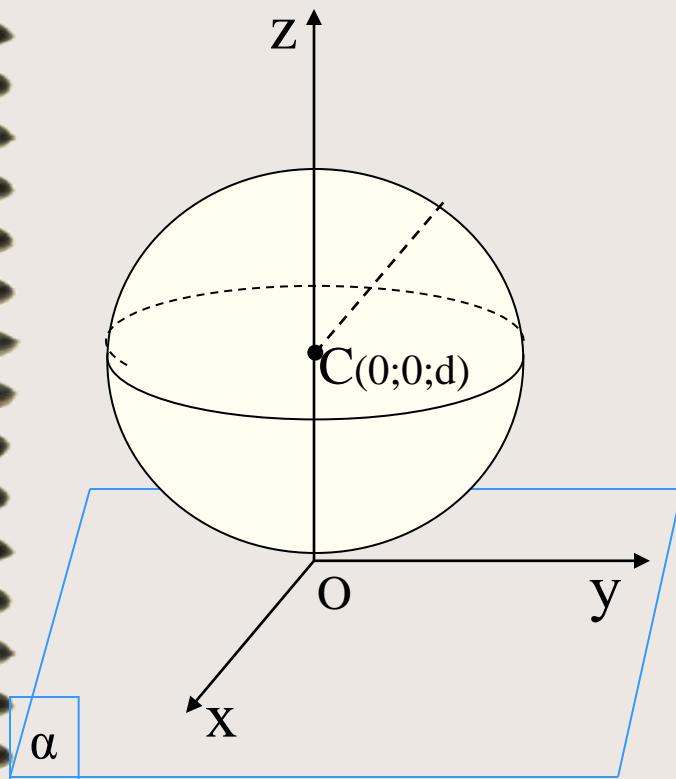
• С приближением секущей плоскости к центру шара радиус круга увеличивается. Плоскость, проходящая через диаметр шара, называется **диаметральной**. Круг, полученный в результате сечения, называется **большим кругом**.



# Взаимное расположение сферы и плоскости

Рассмотрим 2 случая

- $d = R$ , т.е. если расстояние от центра сферы до плоскости равно радиусу сферы, то сфера и плоскость имеют одну общую точку



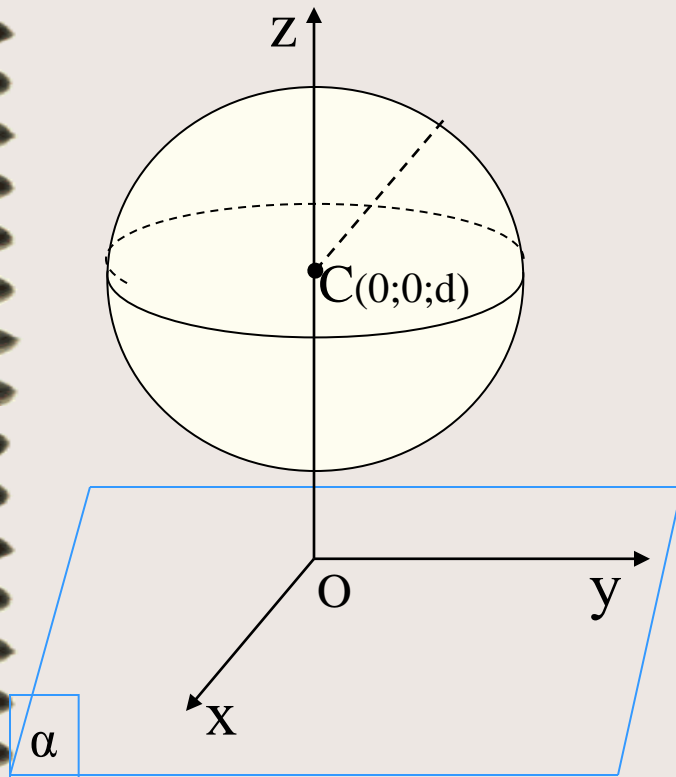
$\alpha$



# Взаимное расположение сферы и плоскости

- Рассмотрим 3 случая

- $d > R$ , т.е. если расстояние от центра сферы до плоскости больше радиуса сферы, то сфера и плоскость не имеют общих точек.



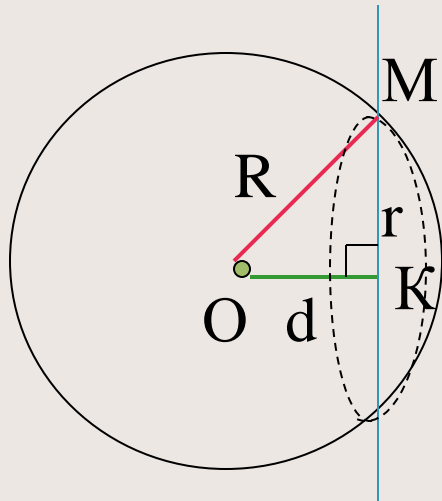
$\alpha$





## Задача 2.

Шар радиусом 41 дм пересечен плоскостью, находящейся на расстоянии 9 дм от центра. Найти радиус сечения.



**Дано:**

Шар с центром в т.О

$R=41$  дм

$\alpha$  - секущая плоскость

$d = 9$  дм

**Найти:**  $r_{\text{сеч}} = ?$

**Решение:**

Рассмотрим  $\triangle OMK$  – прямоугольный

$$OM = 41 \text{ дм}; \quad OK = 9 \text{ дм}; \quad MK = r, \quad r = \sqrt{R^2 - d^2}$$

по теореме Пифагора:  $MK^2 = r^2 = 41^2 - 9^2 = 1681 - 81 = 1600$

отсюда  $r_{\text{сеч}} = 40$  дм

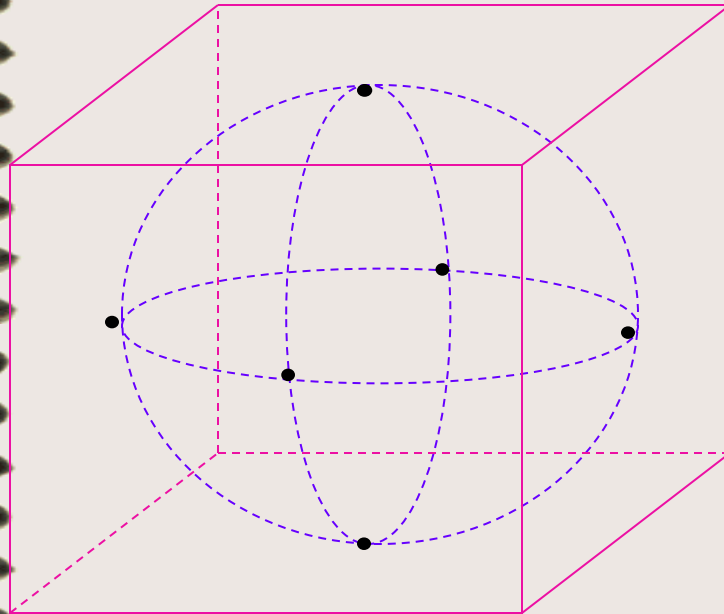
**Ответ:**  $r_{\text{сеч}} = 40$  дм

# Площадь сферы

- Сферу нельзя развернуть на плоскость.

- Опишем около сферы многогранник, так чтобы сфера касалась всех его граней.

- За площадь сферы принимается предел последовательности площадей поверхностей описанных около сферы многогранников при стремлении к нулю наибольшего размера каждой грани



Площадь сферы радиуса  $R$ :

$$S_{\text{сф}} = 4\pi R^2$$

т.е.: Площадь поверхности шара равна учетверенной площади большего круга

$$S_{\text{шара}} = 4 S_{\text{круга}}$$

## Задача 3.

Найти площадь поверхности сферы,  
радиус которой = 6 см.

**Дано:**

сфера

$R = 6$  см

**Найти:**

$S_{\text{сф}} = ?$

**Решение:**

1.  $S_{\text{сф}} = 4\pi R^2$

2.  $S_{\text{сф}} = 4\pi 6^2 = 144\pi$  см<sup>2</sup>

**Ответ:**  $S_{\text{сф}} = 144\pi$  см<sup>2</sup>



# Итог урока

Сегодня вы познакомились с:



- определением сферы, шара;
- уравнением сферы;
- **ВЗАИМНЫМ** расположением сферы и плоскости;
- площадью поверхности сферы.



# Заключение



**На этом наш  
урок закончен**

**Спасибо за работу**

